

◆過去4年間の講評◆

【2018年度】

本年度は全体的に点数が出にくいセットであろう。必ず完答できるという易しい問題がない。2017年度と比べて問題の難易度は同程度といえるが、2017年度は小問分けしていた問題の(1)が解けたのと、①がはっきり易しい問題であったので難易度の割に点数が出やすいセットであった。今年のはっきり易しいと思えるのが③の整数問題である。しかし、整数問題は易しくても、目の付け所に気がつかないと難問に見えてしまう。数学が苦手な受験生には厳しい年となった。①、④(1)を完答し②、③のどちらかを完答できれば十分合格点であろう。

①は標準的であり「やや易」と判断してもよい問題である。2曲線が接する条件は接点の x 座標を設定し、その点における y 座標が等しく接線の傾きが等しいという連立方程式を解けばよいのである。しかし、絶対値が入るグラフで場合分けが必要であったり、関数に文字が入っているとそれが決まるまでグラフがかけないのでイメージがつかめないということなどから難易度が上がるようである。さらに積分区間に分数や $\sqrt{\quad}$ が入ると計算ミスが増えて完答できない受験生が多かったと予想できる。この問題にたっぷり時間をかけて緻密に計算して30点を確保してから続きを解いて欲しい。

②はまず求めたい長さを $\sin \angle BAP$ で表そうと思わないことである。とにかく $\angle BAP$ の三角比で表そうと考えることである。それができれば、その式を \sin だけの式に変形していけばよいのである。そこで利用して欲しいのは相似な直角三角形である。直角三角形の直角の頂点から斜辺に垂線を下ろすと、相似な三角形が3つできる。このような経験はあるはずである。これと同様な三角形の相似を利用すれば(1)を乗り越えることができる。(1)がクリアできればもれなく(2)の点数はついてくる。

③は多項式で表された式の値が素数となる問題でよく経験するのが、その多項式が因数分解できそのうちの一つの因数が ± 1 であることが必要であることから絞っていくタイプの問題であろう。この他にいくつかの多項式がすべて素数となる条件を求めるときに、ある整数の剰余で分類して考えるタイプの問題である。このときに使う内容は当たり前であるが、偶数の素数は2だけ、3で割り切れる素数は3だけ、……であったり、3以上の偶数は素数でない、4以上の3の倍数は素数でない、……であったり、2より大きい素数は奇数、3より大きい素数を3で割った余りは1または2である……といったことである。もしこの問題の糸口が見えないときは、所詮この手の整数問題の答えが大きな数字であることは少ないので、0付近の数字を代入してみても特徴を観察してみるべきである。

④は難問である。(1)は垂直であることを示すのでベクトルを導入して説明すればよいが、それもそれほど易しくはない。これができなければ(1)を認めてそれを利用し(2)に挑戦しても良い。ここで大切なことは例えば条件に対称性があり、Aに注目してできたことは同様にB, C, ……についてもできることを意識することである。つまり $F(A)$ という内容を証明させられたら、自力で「同様に $F(B)$, ……が いえる」と反応して欲しい。それができれば(2)のテーマである対称性が見えてくる。しかし、難易度が高いのはそのテーマに迷彩をかけて体積で問うているところである。これは捨てるかと判断できれば正解といえる。

⑤は京大らしい n 絡みの確率・場合の数である。推移を追い実験してから一般化しないと本問のルールが見えてこない。和が(1)はある値以上、(2)はある値以下であるが、樹形図がどんどん広がっていく推移でその中央あたりの確率を求めることができるであろうか？否である。このような設問は極端な状況であろうと予想して欲しい。つまり(1)は最大値付近、(2)は最小値付近であって欲しいと願いながら解けばよい。しかしこれも難問である。

【2017年度】

例年と比べ問題の内容は難化しているが、小問分けしている問題(②, ④, ⑤)が多いので点数は出やすいセットだと思われる。論証の問題は④のみでその他は求値問題であったので、例年と同様90点を目標とするのが妥当であろう。難易度としては、①, ⑤が易しく、③が標準、②, ④が難しい。作戦としては①, ⑤, ②(1), ④(1)を完答し、③で部分点を稼げると十分合格ラインといえよう。

京大のイメージとしては独創的な問題、他大学では見たことのない新作問題というものであろうが、本年度はいわゆる定型の問題が多かった。特に①, ⑤は巷にある問題集に必ず掲載されているような典型的な問題で、経験がある人も多いのではない。さらに、③は他大学で何度か出題されている問題で、数字の違いはあるにしても駿台のテキストにも同じような問題がある。そういう意味では努力が報われる、良い選抜試験のセットである。

①は曲線外の点から接線を引く作業と、3次関数とその接線とで囲まれる面積を求める作業がある。曲線外の点から接線を引くときは、接点を設定し接線の方程式を立て、通る点を代入し接点の座標を求め、接線の方程式を求める。基本中の基本である。計算が面倒な部分があるが、合格したいのなら時間を割いて丁寧に計算し正解を出さないといけない。 $(x - \alpha)^2(x - \beta)$ の定積分の計算は $(x - \alpha)$ をカタマリとする式変形を行うと計算が楽である。

②には無理数を近似する場面がある。これは京大のこだわりであり何度も出題されている。決して \equiv で計算を行ってはいけない。他大学では「 $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする」と書いてあることが多いが京大では評価という作業を行わせる。評価とは不等式で無理数を大きめに見つもらたり小さめに見つもらたりする作業である。これができれば(1)の完答が見えてくる。しかし(2)は難しい。ただ、京大では珍しく方向性を見せてくれているので、(1)の利用を考えることが糸口である。 $2^a 5^b$ (a, b は自然数)の形は下何桁かは0が続くので、その0を外した数は100桁以下の 2^k または 5^k の形になる。だから(1)の2を5に変えた問題を同様の作業で解けばほぼ終了である。

③の感覚は正三角形のサイズを小さくしようとすれば、ねじれの位置にある2直線の距離が最小となる付近で正三角形を構成すればよいという感覚。正三角形の高さが2直線間の距離の最小値となるように正三角形を配置することになる。Rを設定しPQに垂線を下ろし、その垂線の長さの最小を考えることでゴールが見えてくる。

④(1)は確実にものにしたい。自然数で3以下とは $q=1, 2, 3$ ということだから、代入して調べるだけである。ただ $q=1$ のときは β が決定することと $\tan 2\beta$ が定義できないことに注意すること。(2)は難しいだろう。この問題で習得して欲しいことは、整数問題が定型の解法で解けないときの対処法である。それは小さい値を順に代入して何か規則を見つけたり解法の糸口を見つけたりする。または小さい値を順次代入してある程度答えを見つけ、ある値から解が出なくなったらそれ以降の値の時は不成立であることを示す。本問は後者の方針を誘導している。この部分は習得して欲しい。

⑤は典型的な問題である。せめて(2)は $X=4$ にして欲しい。近年この位置にある問題は難問が多く、例年捨て問の定位置であったが本年は全く違った。

【2016 年度】

2015年度も難しかったが2016年度も例年に比べ全体的に難しいセットであった。例年なら「易」「やや易」と判断される問題が含まれていたり、少し難しい問題には小問がついていた。しかし、2016年度はそのような問題がなく、受験生にとっては厳しいセットであった。標準的なセットの年であれば90点が目標であるが、2015年度同様60点が目標でほとんどの受験生にとっては上限であるかもしれない。解ける問題は①、②だけなので、これに時間をかけてじっくり答を合わせて欲しい。計算ミスだけが心配である。合格したいなら120分の大半をこの2問に費やすのが賢明である。これで合格ラインである。

①はきちんと図がかけられるかがポイントである。計算に難しいところはない。解答の解説に書いてあることを実践できたかどうか。

②の前半の確率部分は何とか乗り越えて欲しい。さて後半が山場である。無理数の近似は不等式で与えるのが京大のこだわりである。これは過去問で何度も解いたことがあるだろう。「 $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする」というのは左辺が無理数、右辺が有理数だからそもそもおかしい！というのが京大の立場なのであろう。このことを分らず「 $=$ 」のように計算して近似した答案にはたとえ答が合っていたとしても点数は出ない。逆に数字が間違っても不等式で評価していれば点数は出る。これは京大受験生には必須である。

③は n 進法を10進法で表現できるかどうかポイント。これはクリアして欲しい。この先はきちんと論証できなくても数値は見つけて欲しい。小さい順に代入して答を見つけ、「これ以外に解が存在しないことを証明する」と書いて以下白紙でもよい。

④は作業は多いがやることに難しいところはない。しかし、自分で道具(ベクトル)を準備し、条件を式で表現し、「同様に」を用いて計算量を減らし、たくさんある条件式を整理し、結論に結び付けるといった流れを滞りなく迎えられるかが問題である。この問題には誘導形式の小問があっても良かった気がする。京大らしい問題であるが、受験生には難しく感じる問題であらう。

⑤は厳密に分野を分類すれば、数Ⅲの複素数平面といえる。京大は極限の概念(2015年度の問題)など範囲を逸脱しているかどうか境界ライン上の出題がある。これもその一つである。文系の受験生には馴染みがない問題である。これは捨て問と判断することが正解である。

【2015年度】

全体的に難しいセットである。すべての問題が小問分けしていないことが全体的な難易度を上げた原因の一つである。もともと京大は伝統的にそのような出題を続けていた。しかし、近年では小問分けした問題が多く、誘導のついた設問が多くなった。これは大学側がこだわりを捨てて選抜試験として機能させることを優先したからであらう。2015年度は逆に伝統的な考えに戻った感じがする。さて、これで選抜試験として機能したであろうか。例年なら90点前後が合格ラインであったが、2015年度は1問分下がったのではないかと思われる。このレベルの試験では60点前後に人が集まり、数学では差がつかないという現象が起こるであらう。

①は大半の受験生にとってはやや易という印象であろう。共有点をもつ条件のとらえ方が前半と後半とでは異なるので、後半のやり方を間違えるとやや難と感じる受験生もいたのではないかと。総合すると標準というレベルである。

②は変数を与えず最大最小を考えさせる問題で、京大らしい問題である。図形の計量の変数は大きく分けると「辺」か「角」である。本問は円が絡む図形なので角度で考えるのが一般的か。また京大の場合、問題文に図を与えることはしないので、図をかき間違えたりする受験生もいたのではないかと。また、条件をみただけの四角形は2タイプあるのに1タイプでしか考えていない、何を変数にとればいいのか分からず面積が立式できない、立式できたとしても最大最小の議論ができない、その議論の中で相加相乗平均の関係を利用するのであるが等号成立を調べていないetc. いろいろ関門が多く差がついた問題であろう。やや難というレベルである。

③は2015年度一番の易しい問題である。これを完答しないと合格点に達するのは厳しくなる。この問題をとることが合格への必要条件となる。

④は軌跡の問題で一昔前の京大では頻出問題である。近年の入試ではあまり出題されておらず久しぶりの登場である。一般的に軌跡の問題を出題すると受験生にとっては難問になる。本問もおそらく難しいと感じたであろう。さらに本問の設定が理系の受験生なら経験のある円錐曲線の問題であるが、文系では馴染みがない。もちろん文系の範囲内で解答可能であるが、慣れていない作業であった。これもやや難というレベルである。

⑤は極限の概念(理系の範囲)が必要で文系には厳しい出題である。これは2015年度一番の難問である。最後まで完答することは厳しいが最初の設定までの方針点はもらいたい。つまり商と余りを設定して整式を表し、分数式を帯分数化するところまではできて欲しいものである。

③を確実に完答する。これが最低限である。この後①をほぼ完答、②は不完全ながらも答は合わせる。⑤では方針点はとる。以上が上限であろう。この上限と下限の間に合格者が集まったと予想できる。