◆過去２年間の講評◆

【2018年度】

本年度は全体的に点数が出るようなセットであった．$\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{4}$ で100点近く確保できるので，３桁得点が必須となるであろう．医学部医学科ならかなり高得点での争いとなり少しのミスが命取りとなるハイレベルな戦いであったと予想できる．

$\boxed{1}$ は細かい部分は少々目をつぶって，８割近い解答を目指せばよい．細かい２割を気にして残りの８割を捨てるということがないようにしたい．これをほぼ完答できれば安心して残りの問題に取り組める．

$\boxed{2}$ の多項式で表された式の値が素数となるという問題でよく経験するのが，その多項式が因数分解できそのうちの一つの因数が±１であることが必要であるとして絞っていくタイプの問題である．この他はいくつかの多項式がすべて素数となる条件を求めるときに，ある整数の剰余で分類して考えるタイプの問題である．このときに使う内容は当たり前であるが，偶数の素数は２だけ，３で割り切れる素数は３だけ，……であったり，３以上の偶数は素数でない，４以上の３の倍数は素数でない，……であったり，２より大きい素数は奇数，３より大きい素数を３で割った余りは１または２である……といったことである．もしこの問題の糸口が見えないときは，所詮この手の整数問題の答えが大きな数字であることは少ないので，０付近の数字を代入してみて特徴を観察してみるべきである．

$\boxed{3}$ は京大らしい図形の計量問題である．京大の特徴は変数を問題文に明記しない．京大の先生は自分で変数を設定するところから数学の力を問おうとしている．また円が絡む図形で角度を変数とし三角関数を扱う問題は，京大の頻出問題である．強引に微分して増減を追うと大変で，和積・積和・倍角などを利用して関数を扱いやすい形に変えるところも京大らしいといえる．

$\boxed{4}$ は５年連続で確率漸化式である．問題文にある複素数が元々漸化式で定義されているので，自然と確率も漸化式で解こうと考えたかもしれない．もう流石に本年度は出ないと予想していたが裏切られた．過去問で習熟度が上がっているだろうから易しい問題と判断してもよいが，複素数平面が絡むと難易度が上がるようだ．３状態を推移する問題であるから最初は連立漸化式を立式すればよい．

$\boxed{5}$ は難しくはないが，計算が煩雑になるので微積(Ⅲ)の計算力がない受験生は手に負えないことになっていたかもしれない．やることがはっきりしていて計算するだけだがやや難と判断した．京大に合格したいなら数Ⅲの計算力を必ず鍛えておいて欲しい．整数などは着眼点が悪いといくら強引にやろうとしてもできない．しかし，微積は強引に計算という力技が効く問題が多い．努力を裏切らないのが微積である．

6 は難問である．(1)は垂直であることを示すのでベクトルを導入して説明すればよいが，それもそれほど易しくはない．これができなければ(1)を認めてそれを利用し(2)に挑戦しても良い．ここで大切なことは例えば条件に対称性があり，A に注目してできたことは同様に B，C，…… についてもできることを意識することである．つまり $F(\mathrm{A})$ という内容を証明させられたら，自力で「同様に $F(\mathrm{B})$，……がいえる」と反応して欲しい．それができれば(2)のテーマである対称性が見えてくる．しかし，難易度が高いのはそのテーマに迷彩をかけて体積で問うているところである．これは捨てると判断できれば正解といえる．

【2017 年度】

例年と同様の難易度であるが，京大の特徴である論証の問題は 3 のみで残りは求値問題であった．小問分けされた問題(1，2，4)が多く見た目の難易度より点数が出るセットだと思われる．特に 2，4 は京大では珍しく方向性を見せる誘導形式の小問であった．さらに，6 は 4 年連続の確率漸化式，1，5 は典型的な問題であり，受験生は試験終了時にかなりいい手応えを持って鉛筆を置けたことであろう．これらの問題は本屋に並んでいる標準的な問題集などに載っているもので，経験済みの受験生も多かったのではないか．京大らしい独創的な問題，意欲的な新作問題ではないが，受験生の努力を裏切らないという意味では非常に良い選抜試験のセットといえる．作戦としては 1，2，4(1)，5，6 が取り組みやすいので，医学部医学科以外はここで 100 点越えを目指したい．医学部医学科はこのあたりを完答しないと安心できないだろう．

1 は結果も経験上覚えてしまっている人も多かったのではないか．それ程有名な問題であるので完答して欲しいが，複素数と軌跡を苦手にしている受験生が多いので差がついたかもしれない．(1)は絶対値が定数，偏角が変数，(2)は絶対値が変数，偏角が定数である．$\cos\theta$，$\sin\theta$ を媒介変数とする点の軌跡は $\cos\theta$，$\sin\theta$ について解いて $\cos^2\theta+\sin^2\theta=1$ に代入する．r，$\dfrac{1}{r}$ を媒介変数とする点の軌跡は r，$\dfrac{1}{r}$ について解いて $r\cdot\dfrac{1}{r}=1$ に代入する．

2 は京大では珍しく方向性を見せる誘導形式の小問である．(2)を直接聞かれても正八面体のどの部分の性質を動かしていけば到達できるのかが分からない．正八面体の平行な 2 辺の組に注目するとゴールに到達できると教えているのが(1)である．(1)はベクトルを利用するのが一般的であろう．(2)では対称性を利用し「同様に」を多用して結論を導けば良い．

$\boxed{3}$ は $q=1$ のとき $\tan 2\beta$ が定義できないことに注意する必要があるが，基本的に $\tan$ の 2 倍角の公式と加法定理を用いると p，q の不定方程式ができる．こういう時はまず$(\quad)(\quad)=$(整数)の形を作ろうとするが本問は無理．次に考えることはいずれかの文字について解くというのが定石であり，そのときの文字は次数の低い順に考えていくことが基本．分数式が出てきたら定型の方針がある．不定方程式が作れたら定番の整数問題である．

$\boxed{4}$ も珍しく注目する三角形を教える誘導がある．直接内接円の半径を問われたら面積を利用してしまうだろう．もちろんこの方針で(2)を解くことも可能であるが，少し遠回りになる．そこで注目する図形は△BPC であることを教えてくれているのが(1)である．この三角形に注目すると BP または CP を求めることができ，そこから内接円の半径を求めることができる．ここからは一文字消去し，加法定理を利用し半角の公式等で次数下げをして合成を行えば答えまで辿り着ける．ただ，解答の中に正弦定理を利用する問題は正答率が悪くなる傾向があるので，受験生にとっては難しい問題であろう．

$\boxed{5}$ は標準的な問題集に掲載されている $I(a)=\displaystyle\int_{\alpha}^{\beta}|f(x)-a|dx$ というタイプの問題である．場合分けを行い最小値をとる範囲を見きわめ，2 つのグラフの交点の座標を用いて定積分の式を作り変えて最小を考えるタイプの問題である．難しくはないが，京大受験生は数Ⅲを苦手にしていることが多いので，標準的であるがあまり出来が良くないであろう．

$\boxed{6}$ は，またか！と試験会場で思った人が多かったのではないか．4 年連続確率漸化式である．それに年々易しくなっている．