第 1 問

問1

衝突直前・直後での運動量保存則より，

$$mv = mv' + Mu$$

弾性衝突だから，はねかえり係数が1なので，

$$-\frac{v'-u}{v-0} = 1$$

以上2式より，

$$u = \frac{2m}{m+M}v, \quad v' = \frac{m-M}{m+M}v$$

問2

$$V = \frac{Mu + M\cdot 0}{M+M} = \frac{m}{m+M}v$$

衝突の後，物体系Sにx軸方向の外力ははたらかないので，運動量の総和は保存される。よって，重心の速度は変化しない。

問3

はねかえり係数の定義より，

$$-\frac{v'-V}{v-0} = \frac{M}{m+M}$$

問4

$$K = \frac{1}{2}mv'^2 + MV^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{m-M}{m+M}v\right)^2 + M\left(\frac{m}{m+M}v\right)^2$$

$$= \frac{m^2+M^2}{(m+M)^2}\cdot\frac{1}{2}mv^2 \left(< \frac{1}{2}mv^2\right)$$

だから，

$$\frac{1}{2}mv^2 - K = \frac{m^2M}{(m+M)^2}v^2$$

問5

AとBが最も離れたときのばねの伸びをdとする。このときA，Bの速度は等しく，重心速度と一致するので，衝突後のSの力学的エネルギー保存則より，

$$\frac{1}{2}Mu^2 = \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}kd^2$$

これを解いて，

$$d = \frac{mv}{m+M}\sqrt{\frac{2M}{k}}$$

よって，このときのAB間の距離は，

$$L_0 + d = L_0 + \frac{mv}{m+M}\sqrt{\frac{2M}{k}}$$

第 2 問

問1

小球の速さuは，図より，

$u\cos\theta = v$ ∴ $u = \frac{v}{\cos\theta}$

これを用いて，ローレンツ力の大きさFは，

$F = quB = \frac{qvB}{\cos\theta}$

また，ローレンツ力のx成分F_xは速度のy成分に対して決まるので，

$F_x = qvB$

問2

小球は，y方向には速度vの等速度運動をするので，$y = vt$

x方向の運動方程式は，加速度をa_xとして，

$ma_x = F_x$ よって，$a_x = \frac{qvB}{m}$

これを用いて，

$x = \frac{1}{2}a_x t^2$ 以上より，$x = \frac{qB}{2mv}y^2$

問3

小球にはたらくローレンツ力のy成分はy軸負の向きで，その大きさF_yは，速度のx成分v_xを用いて

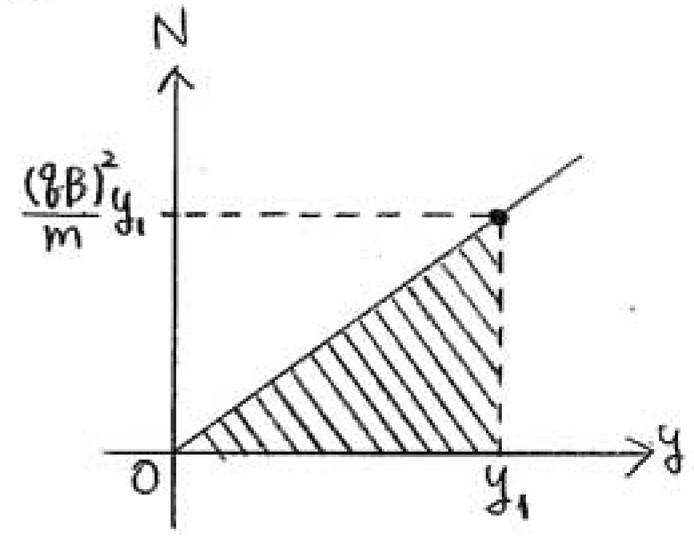
$F_y = qv_xB$

これと垂直抗力がつりあうので，垂直抗力はy軸正の向き

また，$v_x = a_x t = \frac{qB}{m}y$ を用いて，垂直抗力の大きさNは，

$N = qv_xB = \frac{(qB)^2}{m}y$

問4



垂直抗力がする仕事Wは，図の斜線部の面積に等しいから，

$W = \frac{(qBy_1)^2}{2m}$

第 3 問

問 1

$$m\frac{v^2}{r} = k_0\frac{Ze^2}{r^2}$$

問 2

運動方程式とボーアの量子条件より、

$$r = \frac{n^2h^2}{4\pi^2 m k_0 Z e^2}, \quad v = \frac{2\pi k_0 Z e^2}{nh}$$

問 3

$$E_n = \frac{1}{2}mv^2 - k_0\frac{Ze^2}{r}$$
$$= -\frac{2\pi^2 m k_0^2 Z^2 e^4}{n^2h^2}$$

問 4

放射されるエネルギーは、振動数条件より、

$$E_3 - E_2 = -\frac{2\pi^2 m k_0^2 Z^2 e^4}{h^2}\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{2^2}\right) = \frac{hc}{\lambda_0}$$

これより、

$$\frac{1}{\lambda_0} = Z^2R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right)$$ ここに数値を代入して、 $Z = 2$

問 5

(a)

$$\frac{3}{2}kT$$

(b)

$$\frac{1}{3}\overline{V^2}$$

(c)

観測する波長の範囲は、

$\left(1 - \frac{\sqrt{\overline{V_x^2}}}{c}\right)\lambda_0 \leqq \lambda \leqq \left(1 + \frac{\sqrt{\overline{V_x^2}}}{c}\right)\lambda_0$ だから、 $2\Delta\lambda = \frac{2\sqrt{\overline{V_x^2}}}{c}\lambda_0$

ここで、 $\overline{V_x^2} = \frac{1}{3}\overline{V^2} = \frac{k}{M}T$ だから、 $\Delta\lambda = \frac{\sqrt{\overline{V_x^2}}}{c}\lambda_0 = \frac{\lambda_0}{c}\sqrt{\frac{k}{M}T}$

問 6

$$T = \frac{M}{k}\left(\frac{c\Delta\lambda}{\lambda_0}\right)^2$$
$$\fallingdotseq 1.6 \times 10^5 \text{ [K]}$$