2022年度 神戸大学 前期 物理

Ⅰ

問１　衝突前の運動量の和

x 成分：$\dfrac{1}{\sqrt{2}}\left(m_A+m_B\right)v_0$

y 成分：$\dfrac{1}{\sqrt{2}}\left(m_B-m_A\right)v_0$

衝突後の運動量の和

x 成分：$m_A v_A\cos\theta_A+m_B v_B\cos\theta_B$

y 成分：$m_A v_A\sin\theta_A-m_B v_B\sin\theta_B$

問２　x 成分：$\dfrac{1}{\sqrt{2}}\left(m_A+m_B\right)v_0$

y 成分：$\dfrac{1}{\sqrt{2}}\left(m_B-m_A\right)v_0$

問３　はね返り係数が１なので，

$$v_A\sin\theta_A-\left(-v_B\sin\theta_B\right)=\left(-1\right)\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}v_0-\frac{1}{\sqrt{2}}v_0\right)$$

小球 A，B の運動量の x 成分がそれぞれ不変なので，

$$v_A\cos\theta_A=\frac{1}{\sqrt{2}}v_0,\quad v_B\cos\theta_B=\frac{1}{\sqrt{2}}v_0$$

これらより v_A，v_B を消去すると，

$$\tan\theta_A+\tan\theta_B=2 \qquad \cdots\cdots ①$$

問１，２より，運動量保存則の y 成分は，

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\left(m_B-m_A\right)v_0=m_A v_A\sin\theta_A-m_B v_B\sin\theta_B$$

$$=\frac{1}{\sqrt{2}}(m_A\tan\theta_A-m_B\tan\theta_B)v_0 \qquad \cdots\cdots ②$$

①，②より $\tan\theta_B$ を消去すると，

$$\tan\theta_A=\underline{\underline{\frac{3m_B-m_A}{m_A+m_B}}}$$

問４　小球 A と B が一体となった後の速さを v とし，x 軸から角度 θ（反時計回りを正）で進んだとする。運動量保存則より，

$$x\text{成分：}\frac{1}{\sqrt{2}}\left(m_A+m_B\right)v_0=\left(m_A+m_B\right)v\cos\theta \qquad \cdots\cdots ③$$

$$y\text{成分：}\frac{1}{\sqrt{2}}\left(m_B-m_A\right)v_0=\left(m_A+m_B\right)v\sin\theta \qquad \cdots\cdots ④$$

③，④より，

$$v^2=\frac{m_A^2+m_B^2}{\left(m_A+m_B\right)^2}{v_0}^2$$

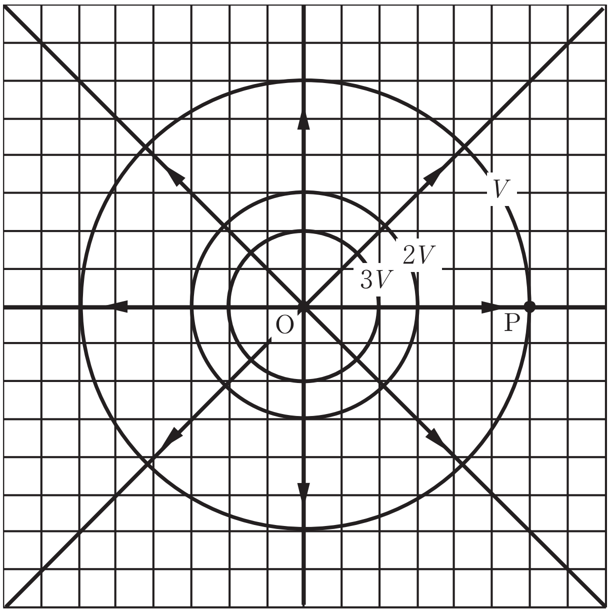
よって，運動エネルギーの和の変化は，

$$\frac{1}{2}\left(m_A+m_B\right)v^2-\frac{1}{2}\left(m_A+m_B\right){v_0}^2=\underline{\underline{-\frac{m_A m_B}{m_A+m_B}{v_0}^2}}$$

Ⅱ

問１　電場の大きさ：$\dfrac{kq}{r^2}$，電位：$\dfrac{kq}{r}$

問２



問３　外力がする仕事は小球の位置エネルギー変化に等しいから，

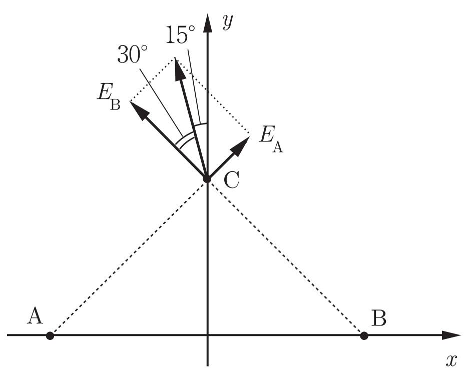
$$QV = \underline{\underline{\frac{kQq}{r}}}$$

無限遠に達したときの小球の速さを v_1 とすると，力学的エネルギー保存則より，

$$\frac{1}{2}m{v_1}^2 = \frac{kQq}{r} \qquad \therefore v_1 = \underline{\underline{\sqrt{\frac{2kQq}{mr}}}}$$

問４　点 A と B の点電荷が点 C につくる電場の大きさをそれぞれ E_A，E_B とすると，

$$E_A = \frac{kq}{\left(\sqrt{2}a\right)^2}, \quad E_B = \frac{kq'}{\left(\sqrt{2}a\right)^2}$$



右図より，

$$E_A = E_B \tan 30°$$

以上より，

$$\frac{q}{q'} = \underline{\underline{\frac{1}{\sqrt{3}}}}$$

問５　加速度の大きさを α とすると，運動方程式より，

$$m\alpha = Q\sqrt{{E_A}^2 + {E_B}^2}$$
$$= \frac{kQq}{a^2}$$

よって，加速度は

$$\underline{\underline{電場と同じ向き，大きさ\frac{kQq}{ma^2}}}$$

また，点Cの電位をV_Cとすると，

$$V_\mathrm{C}=\frac{kq}{\sqrt{2}a}+\frac{kq'}{\sqrt{2}a}=\frac{\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)kq}{2a}$$

無限遠に達したときの小球の速さをv_2とすると，力学的エネルギー保存則より，

$$\frac{1}{2}m{v_2}^2=QV_\mathrm{C}$$

以上より，

$$v_2=\underline{\underline{\sqrt{\frac{\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)kQq}{ma}}}}$$

Ⅲ

問１　$E=\dfrac{3}{2}nRT$，　$P=\dfrac{nRT}{L^3}$

問２　気体の内部エネルギーEは，nモルの気体に含まれるnN_A個の気体分子の運動エネルギーの総和であるから，

$$E=\underline{\underline{\frac{nN_\mathrm{A}m\overline{v^2}}{2}}}$$

これと，問１のEの式より，

$$\frac{nN_\mathrm{A}m\overline{v^2}}{2}=\frac{3}{2}nRT\quad\therefore T=\frac{mN_\mathrm{A}\overline{v^2}}{3R}\qquad\cdots\cdots(*)$$

これを問１のPの式に代入して，

$$P=\underline{\underline{\frac{nN_\mathrm{A}m\overline{v^2}}{3L^3}}}$$

問３　(＊)より，

$$\overline{v^2}=\underline{\underline{\frac{3RT}{mN_\mathrm{A}}}}$$

問４　問３より，

$$\sqrt{\overline{v^2}}=\sqrt{\frac{3RT}{mN_\mathrm{A}}}=\sqrt{\frac{3\times8.3\,\mathrm{J/(mol\cdot K)}\times600\,\mathrm{K}}{6.6\times10^{-27}\,\mathrm{kg}\times6.0\times10^{23}/\mathrm{mol}}}\fallingdotseq\underline{\underline{2\times10^3\,\mathrm{m/s}}}$$

問５　高速で熱運動している多くの気体分子が容器の壁に多数回衝突することで，壁が気体分子から力を受けるから。