

2026年度 大阪大学 前期 数学 理系

1

(1) $f(x) = x - x^3$ とおく. $f'(x) = 1 - 3x^2$ であるから,

C 上の点 $(s, s - s^3)$ における C の接線 ℓ_s の方程式は

$$y = (1 - 3s^2)(x - s) + (s - s^3)$$

$$y = (1 - 3s^2)x + 2s^3$$

である. したがって, ℓ_0, ℓ_1, ℓ_t の方程式はそれぞれ

$$\ell_0: y = x \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$\ell_1: y = -2x + 2 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\ell_t: y = (1 - 3t^2)x + 2t^3 \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

となる. ①と②を連立して

$$x = -2x + 2 \quad \therefore x = \frac{2}{3}$$

となるから, $P\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$ である.

点 Q , 点 R の x 座標をそれぞれ q, r とおく. ℓ_0, ℓ_1 の傾きに注目すると,

$$\overrightarrow{PQ} = \left(q - \frac{2}{3}\right) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{PR} = \left(r - \frac{2}{3}\right) \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

であるから,

$$\begin{aligned} S(t) &= \frac{1}{2} \left| \left(q - \frac{2}{3}\right) \left(r - \frac{2}{3}\right) \right| |1 \cdot (-2) - 1 \cdot 1| \\ &= \frac{3}{2} \left| \left(q - \frac{2}{3}\right) \left(r - \frac{2}{3}\right) \right| \quad \cdots \cdots \textcircled{4} \end{aligned}$$

である. q と r を求める. ①と③を連立して

$$x = (1 - 3t^2)x + 2t^3$$

$$3t^2x = 2t^3$$

$t \neq 0$ より $x = \frac{2}{3}t$ となるから, Q の x 座標は $q = \frac{2}{3}t$ である.

②と③を連立して

$$-2x + 2 = (1 - 3t^2)x + 2t^3$$

$$(3t^2 - 3)x = 2t^3 - 2$$

$$3(t+1)(t-1)x = 2(t-1)(t^2+t+1)$$

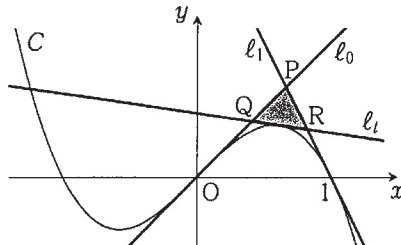
$t \neq \pm 1$ より

$$x = \frac{2(t^2+t+1)}{3(t+1)}$$

となるから, 点 R の x 座標は $r = \frac{2(t^2+t+1)}{3(t+1)}$ である.

④より

$$\begin{aligned} S(t) &= \frac{3}{2} \left| \frac{2}{3}(t-1) \cdot \frac{2}{3} \left(\frac{t^2+t+1}{t+1} - 1 \right) \right| \\ &= \frac{2}{3} \left| (t-1) \cdot \frac{t^2}{t+1} \right| \\ &= \frac{2t^2(1-t)}{3(t+1)} \quad \cdots \cdots (\text{答}) \end{aligned}$$



(2) $g(t) = \frac{t^2(1-t)}{t+1} = \frac{t^2-t^3}{t+1}$ とおく.

$$\begin{aligned} g'(t) &= \frac{(2t-3t^2)(t+1)-(t^2-t^3)}{(t+1)^2} \\ &= \frac{-2t^3-2t^2+2t}{(t+1)^2} \\ &= \frac{-2t(t^2+t-1)}{(t+1)^2} \end{aligned}$$

$t^2+t-1=0$ とすると $t = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$ である. $\alpha = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ とおく.

$0 < t < 1$ において $g(t)$ の増減は表のようになる.

t	(0)	...	α	...	(1)
$g'(t)$		+	0	-	
$g(t)$		↗		↘	

$t = \alpha$ のとき, $g(t)$ は最大となり, $S(t)$ も最大になる.

$\alpha^2 + \alpha - 1 = 0$ に注意して計算する.

$$\begin{aligned} g(\alpha) &= \frac{\alpha^2 - \alpha^3}{\alpha + 1} \\ &= \frac{\alpha^3 - \alpha^4}{\alpha^2 + \alpha} \\ &= \alpha^3 - \alpha^4 \\ &= (-\alpha^2 + 2\alpha - 3)(\alpha^2 + \alpha - 1) + 5\alpha - 3 \\ &= 5\alpha - 3 \\ &= \frac{-5 + 5\sqrt{5}}{2} - 3 \\ &= \frac{-11 + 5\sqrt{5}}{2} \end{aligned}$$

よって,

$$\begin{aligned} S(\alpha) &= \frac{2}{3} g(\alpha) \\ &= \frac{-11 + 5\sqrt{5}}{3} \end{aligned}$$

以上より, $S(t)$ を最大にする t は $\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ であり, (答)

$S(t)$ の最大値は $\frac{-11 + 5\sqrt{5}}{3}$ である. (答)

【別解】

(1) $f(x) = x - x^3$ とおく. $f'(x) = 1 - 3x^2$ であるから,
 C 上の点 $(s, s - s^3)$ における C の接線 ℓ_s の方程式は

$$y = (1 - 3s^2)(x - s) + (s - s^3)$$

$$y = (1 - 3s^2)x + 2s^3$$

である. C 上の点 $(u, u - u^3)$ ($u \neq \pm s$) における C の接線 ℓ_u の方程式は

$$y = (1 - 3u^2)x + 2u^3$$

である. ℓ_s と ℓ_u の交点の x 座標は

$$3(s^2 - u^2)x = 2(s^3 - u^3)$$

$s \neq \pm u$ より

$$x = \frac{2(s^2 + su + u^2)}{3(s + u)}$$

点 P の x 座標は $s = 0, u = 1$ のときで $\frac{2}{3}$

点 Q の x 座標は $s = 0, u = t$ のときで $\frac{2}{3}t$

点 R の x 座標は $s = 1, u = t$ のときで $\frac{2(t^2 + t + 1)}{3(t + 1)} = \frac{2}{3}\left(t + \frac{1}{1+t}\right)$

点 P を通り x 軸に垂直な直線と, 直線 $\ell_t: y = (1 - 3t^2)x + 2t^3$ との交点を A とする.

$A\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}(1 - 3t^2) + 2t^3\right)$ である. よって,

$$\begin{aligned} AP &= \left| \frac{2}{3} - \left\{ \frac{2}{3}(1 - 3t^2) + 2t^3 \right\} \right| \\ &= |2t^2 - 2t^3| \\ &= |2t^2(1 - t)| \\ &= 2t^2(1 - t) \end{aligned}$$

したがって, 三角形 PQR の面積 $S(t)$ は

$$\begin{aligned} S(t) &= \frac{1}{2} \cdot AP \cdot |(\text{点 } R \text{ の } x \text{ 座標}) - (\text{点 } Q \text{ の } x \text{ 座標})| \\ &= \frac{1}{2} \cdot 2t^2(1 - t) \cdot \left| \frac{2}{3}\left(t + \frac{1}{t+1}\right) - \frac{2}{3}t \right| \\ &= \frac{2t^2(1 - t)}{3(t + 1)} \quad \dots\dots (\text{答}) \end{aligned}$$

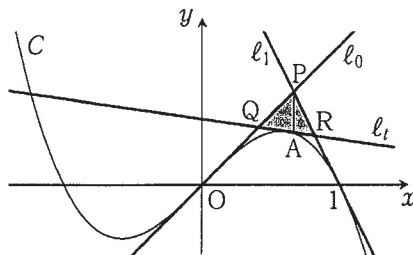
(2) [$g(\alpha) = 5\alpha - 3$ を求める部分]

$g'(\alpha) = \frac{(2\alpha - 3\alpha^2)(\alpha + 1) - (\alpha^2 - \alpha^3)}{(\alpha + 1)^2} = 0$ であるから

$$\alpha^2 - \alpha^3 = (2\alpha - 3\alpha^2)(\alpha + 1)$$

である. よって,

$$\begin{aligned} g(\alpha) &= \frac{\alpha^2 - \alpha^3}{\alpha + 1} \\ &= \frac{(2\alpha - 3\alpha^2)(\alpha + 1)}{\alpha + 1} \\ &= 2\alpha - 3\alpha^2 \\ &= 2\alpha - 3(-\alpha + 1) \\ &= 5\alpha - 3 \end{aligned}$$



2

(1) $OB=OC=1$, $\angle BOC = 60^\circ$ より, $\triangle OBC$ は正三角形であり, $OA=1$, $\angle AOB = \angle AOC = 90^\circ$ より $\vec{OA}$ は 3 点 O, B, C を含む平面に垂直である. よって 4 点 O, A, B, C は四面体の 4 頂点であり,

$$|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = 1$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c} = 0, \quad \vec{b} \cdot \vec{c} = 1 \cdot 1 \cdot \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

である. ここで, $t > 0$ と $\vec{OD} = t\vec{OB}$, $\vec{OE} = (2t+1)\vec{OC}$ より, 4 点 O, A, D, E は四面体の 4 頂点であるから, 4 点 P, A, D, E が同一平面上にあるとき, 実数 α, β を用いて,

$$\vec{OP} = (1 - \alpha - \beta)\vec{OA} + \alpha\vec{OD} + \beta\vec{OE} \dots (*)$$

と表せる.

条件より,

$$\begin{cases} \vec{OA} \cdot \vec{OP} = -1 \\ \vec{OB} \cdot \vec{OP} = 1 \end{cases} \iff \begin{cases} \vec{a} \cdot \{(1 - \alpha - \beta)\vec{a} + t\alpha\vec{b} + (2t+1)\beta\vec{c}\} = -1 \\ \vec{b} \cdot \{(1 - \alpha - \beta)\vec{a} + t\alpha\vec{b} + (2t+1)\beta\vec{c}\} = 1 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} (1 - \alpha - \beta)|\vec{a}|^2 + t\alpha\vec{a} \cdot \vec{b} + (2t+1)\beta\vec{a} \cdot \vec{c} = -1 \\ (1 - \alpha - \beta)\vec{a} \cdot \vec{b} + t\alpha|\vec{b}|^2 + (2t+1)\beta\vec{b} \cdot \vec{c} = 1 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} \alpha + \beta = 2 \\ t\alpha + \frac{2t+1}{2}\beta = 1 \end{cases}$$

$$\therefore \alpha = 4t, \quad \beta = 2 - 4t$$

よって,

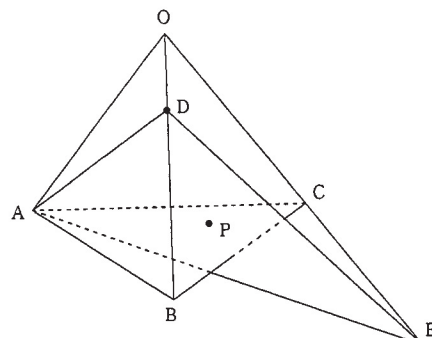
$$\vec{AP} = \vec{OP} - \vec{OA} = -(\alpha + \beta)\vec{a} + t\alpha\vec{b} + (2t+1)\beta\vec{c}$$

に代入して,

$$\vec{AP} = -2\vec{a} + 4t^2\vec{b} - 2(4t^2 - 1)\vec{c} \quad \dots (\text{答})$$

(2) $4t^2 = X$ とおくと, $t > 0$ のとき $X > 0$ であり,

$$\vec{AP} = -2\vec{a} + X\vec{b} - 2(X - 1)\vec{c}$$



と表せる.

$$\begin{aligned} |\overrightarrow{AP}|^2 &= |-2\vec{a} + X\vec{b} - 2(X-1)\vec{c}|^2 \\ &= 4|\vec{a}|^2 + X^2|\vec{b}|^2 + 4(X-1)^2|\vec{c}|^2 - 4X\vec{a} \cdot \vec{b} - 4X(X-1)\vec{b} \cdot \vec{c} + 8(X-1)\vec{a} \cdot \vec{c} \\ &= 4 + X^2 + 4(X-1)^2 - 2X(X-1) \\ &= 3X^2 - 6X + 8 \\ &= 3(X-1)^2 + 5 \end{aligned}$$

よって, $X=1$ のとき, すなわち ($t>0$ に注意して),

$$4t^2 = 1 \quad \therefore \quad t = \frac{1}{2} \quad \dots (\text{答})$$

のとき $|\overrightarrow{AP}|^2$ は最小値 5 をとり, このとき $|\overrightarrow{AP}|$ も最小となる. 求める $|\overrightarrow{AP}|$ の最小値は

$$\sqrt{5} \quad \dots (\text{答})$$

<注 1>

条件より, O を原点とする座標空間で, $A(1, 0, 0)$, $B(0, 1, 0)$, $C\left(0, \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ と座標を設定してもよい.

<注 2>

4 点 O, A, D, E が四面体の 4 頂点である ($\triangle ADE$ が存在する) ことを論じないまま (*) または $\overrightarrow{AP} = \alpha\overrightarrow{AD} + \beta\overrightarrow{AE}$ とおいてしまうことは不備である.

3

$$f(z) = \frac{(1-ai)z + (1+ai)\bar{z}}{2} \quad (a \text{ は実数})$$

(1) 実数 x, y を用いて $z = x + yi$ と表すと,

$$\begin{aligned} f(z) &= \frac{(1-ai)(x+yi) + (1+ai)(x-yi)}{2} \\ &= \frac{2x + 2ay}{2} \\ &= x + ay \cdots \textcircled{1} \end{aligned}$$

であるから, $f(z)$ は実数である. (証明終わり)

$$(2) \quad f(z) \{f(z) - f(i) - 2\} = -2f(i) \cdots \textcircled{2}$$

$$|z| = 1 \cdots \textcircled{3}$$

$z = i$ のとき, $(x, y) = (0, 1)$ であるから, $\textcircled{1}$ より $f(i) = a$ である.

よって, $\textcircled{2}$ は,

$$\{f(z)\}^2 - (a+2)f(z) + 2a = 0$$

$$\{f(z) - a\} \{f(z) - 2\} = 0$$

$$f(z) = 2, a$$

$$x + ay = 2, a$$

よって, $\textcircled{2}$ は xy 平面上の 2 直線

$$\ell_1 : x + ay - 2 = 0, \quad \ell_2 : x + ay - a = 0$$

の和集合を表す. また, $\textcircled{3}$ は単位円

$$C : x^2 + y^2 = 1$$

であるから, $N(a)$ は円 C と直線 ℓ_1, ℓ_2 の和集合との共有点の個数に等しい.

(i) 原点と ℓ_1 の距離を d_1 とすると,

$$d_1 = \frac{2}{\sqrt{1+a^2}}$$

であるから, ℓ_1 と C の共有点の個数は,

- $d_1 < 1$ すなわち $|a| > \sqrt{3}$ のとき 2 個.
- $d_1 = 1$ すなわち $|a| = \sqrt{3}$ のとき 1 個.
- $d_1 > 1$ すなわち $|a| < \sqrt{3}$ のとき 0 個.

(ii) 原点と ℓ_2 の距離を d_2 とすると,

$$d_2 = \frac{|a|}{\sqrt{1+a^2}} < 1$$

であるから, ℓ_2 と C の共有点の個数は 2 個.

$a \neq 2$ のとき ℓ_1, ℓ_2 は平行であり, $a = 2$ のとき ℓ_1, ℓ_2 は一致するから,

$$N(a) = \begin{cases} 2 & (|a| < \sqrt{3}, a = 2 \text{ のとき}) \\ 3 & (|a| = \sqrt{3} \text{ のとき}) \\ 4 & (|a| > \sqrt{3} \text{ かつ } a \neq 2 \text{ のとき}) \end{cases} \quad \dots (\text{答})$$

[別解]

(1) $w = (1 - ai)z$ とおくと,

$$f(z) = \frac{w + \bar{w}}{2}$$

であるから,

$$\overline{f(z)} = \frac{\bar{w} + w}{2} = f(z)$$

したがって, $f(z)$ は実数である. (証明終わり)

〈注意〉 $f(z) = \frac{w + \bar{w}}{2} = (w \text{ の実部})$ から, $f(z)$ が実数であることを証明してもよい.

(2) w の実部を $\operatorname{Re}(w)$, 虚部を $\operatorname{Im}(w)$ と表す.

$f(z) = \operatorname{Re}(w)$ であり, ②より,

$$\operatorname{Re}(w) = 2 \text{ または } \operatorname{Re}(w) = a \quad \dots \textcircled{4}$$

である. また, ③より,

$$|w|^2 = |1 - ai|^2 |z|^2$$

$$\{\operatorname{Re}(w)\}^2 + \{\operatorname{Im}(w)\}^2 = 1 + a^2 \quad \dots \textcircled{5}$$

w と z は 1 対 1 に対応するから, ④かつ⑤を満たす w の個数が $N(a)$ と等しい.

(i) $\operatorname{Re}(w) = a$ のとき, ⑤より,

$$\{\operatorname{Im}(w)\}^2 = 1$$

$$\operatorname{Im}(w) = \pm 1$$

であるから, ④かつ⑤を満たす w は $a \pm i$ の 2 個である.

(ii) $\operatorname{Re}(w) = 2$ のとき, ⑤より,

$$\{\operatorname{Im}(w)\}^2 = a^2 - 3$$

よって, ④かつ⑤を満たす w の個数は,

- $|a| > \sqrt{3}$ のとき, $\operatorname{Im}(w) = \pm\sqrt{a^2 - 3}$ より 2 個.

- $|a| = \sqrt{3}$ のとき, $\text{Im}(w) = 0$ より 1 個.
- $|a| < \sqrt{3}$ のとき, 実数 $\text{Im}(w)$ は存在せず 0 個.

$a = 2$ のときのみ (i), (ii) の w は一致するから,

$$N(a) = \begin{cases} 2 & (|a| < \sqrt{3}, a = 2 \text{ のとき}) \\ 3 & (|a| = \sqrt{3} \text{ のとき}) \\ 4 & (|a| > \sqrt{3} \text{ かつ } a \neq 2 \text{ のとき}) \end{cases} \quad \dots (\text{答})$$

4

(1) $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ において, $0 < e^{-x} \leq 1$ かつ $0 \leq \cos x \leq 1$ であるから,

$$f(x) = e^{-x} \cos x \leq 1 \quad \dots\dots ①$$

が成り立つ. また, $g(x) = f(x) - (1 - x) = e^{-x} \cos x + x - 1$ とすると,

$0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ において,

$$\begin{aligned} g'(x) &= -e^{-x} \cos x - e^{-x} \sin x + 1 \\ &= -e^{-x}(\sin x + \cos x) + 1 \\ g''(x) &= e^{-x}(\sin x + \cos x) - e^{-x}(\cos x - \sin x) \\ &= 2e^{-x} \sin x \end{aligned}$$

より, $g''(x) \geq 0$ である. したがって, 右上の増減表より,

$$g'(x) \geq 0$$

である. よって, 右下の増減表より,

$$g(x) \geq 0$$

すなわち,

$$1 - x \leq f(x) \quad \dots\dots ②$$

が成り立つ.

①, ② より, $1 - x \leq f(x) \leq 1 \quad \dots\dots ③$ が示された. (証明終わり)

(2) $0 < a \leq \frac{\pi}{2}$ を満たす実数 a について, 以下 $0 \leq x \leq a$ のもとで考える.

まず, $1 - a \leq 1 - x$ と ③ より,

$$1 - a \leq f(x) \leq 1 \quad \dots\dots ④$$

が成り立つ.

さらに, $\frac{x+a}{x^2+a^2} > 0$ であるから, これを ④ の各辺に掛けて,

$$\frac{(x+a)(1-a)}{x^2+a^2} \leq \frac{(x+a)f(x)}{x^2+a^2} \leq \frac{x+a}{x^2+a^2}$$

が得られる. この各辺を 0 から a まで積分すると,

$$(1-a) \int_0^a \frac{x+a}{x^2+a^2} dx \leq I(a) \leq \int_0^a \frac{x+a}{x^2+a^2} dx \quad \dots\dots ⑤$$

となる.

x	0	...	$\frac{\pi}{2}$
$g''(x)$		+	
$g'(x)$	0	↗	

x	0	...	$\frac{\pi}{2}$
$g'(x)$		+	
$g(x)$	0	↗	

ここで、 $x = a \tan \theta$ と置換することで、

$$\begin{aligned}\int_0^a \frac{x+a}{x^2+a^2} dx &= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{a(1+\tan \theta)}{a^2(1+\tan^2 \theta)} \cdot \frac{a}{\cos^2 \theta} d\theta \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(1 + \frac{\sin \theta}{\cos \theta}\right) d\theta \\ &= \left[\theta - \log |\cos \theta|\right]_0^{\frac{\pi}{4}} \\ &= \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \log 2\end{aligned}$$

となるから、⑤ より、

$$(1-a) \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \log 2 \right) \leq I(a) \leq \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \log 2 \quad \dots\dots\dots \textcircled{6}$$

が得られる。

$$\lim_{a \rightarrow +0} (1-a) \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \log 2 \right) = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \log 2$$

であるから、⑥ ではさみうちの原理を用いて、

$$\lim_{a \rightarrow +0} I(a) = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \log 2 \quad \dots\dots\dots (\text{答})$$

である。

5

起こり得る場合は全部で 6^3 通りある.

$$(1) a = b = c \text{ のとき, } x = \frac{(3a)^2}{3a^3} = \frac{3}{a} \text{ である.}$$

よって, x が整数であるのは

$$\frac{3}{a} \text{ が整数, すなわち, } a = 1, 3$$

のときであり, $(a, b, c) = (1, 1, 1), (3, 3, 3)$ の 2 通りある.

したがって, 求める確率は

$$\frac{2}{6^3} = \frac{1}{108} \quad \dots\dots (\text{答})$$

(2) (1) より,

$$a = b = c = 2, 4, 5, 6 \text{ のとき, } x \text{ は整数でない} \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

ことに注意しておく.

以下, $a \leq b \leq c$ のときを考える.

$$m = 6 \text{ より, } c = 6 \text{ であるから, } x = \frac{(a+b+6)^2}{18ab} = \frac{(a+b+6)^2}{2 \cdot 3^2 \cdot ab} \text{ である.}$$

よって, x が整数であるには

$$(a+b+6)^2 \text{ が } 2 \text{ の倍数かつ } 3 \text{ の倍数, すなわち, } a+b+6 \text{ が } 6 \text{ の倍数} \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

であることが必要であり, $\textcircled{1}$ より, $(a, b, c) = (1, 5, 6), (2, 4, 6), (3, 3, 6)$ に限られる.

$$\bullet (a, b, c) = (1, 5, 6) \text{ のとき, } x = \frac{12^2}{18 \cdot 5} = \frac{8}{5} \quad (\text{不適})$$

$$\bullet (a, b, c) = (2, 4, 6) \text{ のとき, } x = \frac{12^2}{18 \cdot 8} = 1 \quad (\text{適当})$$

$$\bullet (a, b, c) = (3, 3, 6) \text{ のとき, } x = \frac{12^2}{18 \cdot 9} = \frac{8}{9} \quad (\text{不適})$$

また, $\{2, 4, 6\}$ の並べ方は, $3!$ 通りある.

したがって, 求める確率は

$$\frac{3!}{6^3} = \frac{1}{36} \quad \dots\dots (\text{答})$$

(3) 事象 A, B を,

A : 「 m が偶数である」, B : 「 x が整数である」

とすると, 求める条件つき確率は, $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ で与えられる.

$P(A)$ について

出た目の最大の数 m ($m = 2, 4, 6$) となるのは,

出た目がすべて m 以下となる場合の数から, 出た目がすべて $m-1$ 以下となる場合の数を除く

ことで、 $m^3 - (m-1)^3$ 通りあるから、

$$P(A) = \frac{(2^3 - 1^3) + (4^3 - 3^3) + (6^3 - 5^3)}{6^3} = \frac{7 + 37 + 91}{6^3} = \frac{135}{6^3}$$

$P(A \cap B)$ について

(i) $m = 2$ のとき

$a \leq b \leq c$ のときを考えると、 $c = 2$ であるから、 $x = \frac{(a+b+2)^2}{6ab}$ である。

よって、 x が整数であるには、②と同様に

$$a + b + 2 \text{ が } 6 \text{ の倍数}$$

であることが必要であり、①より、条件を満たす (a, b, c) は存在しない。

(ii) $m = 4$ のとき

$a \leq b \leq c$ のときを考えると、 $c = 4$ であるから、 $x = \frac{(a+b+4)^2}{12ab} = \frac{(a+b+4)^2}{2^2 \cdot 3 \cdot ab}$ である。

よって、 x が整数であるには、②と同様に

$$a + b + 4 \text{ が } 6 \text{ の倍数}$$

であることが必要であり、①より、 $(a, b, c) = (1, 1, 4)$ に限られる。

• $(a, b, c) = (1, 1, 4)$ のとき、 $x = \frac{6^2}{12 \cdot 1} = 3$ (適当)

また、 $\{1, 1, 4\}$ の並べ方は、3 通りある。

(iii) $m = 6$ のとき、(2) より、3! 通りある。

(i) ~ (iii) より、

$$P(A \cap B) = \frac{0 + 3 + 3!}{6^3} = \frac{9}{6^3}$$

以上より、求める条件つき確率は

$$P_A(B) = \frac{9}{135} = \frac{1}{15}$$

…… (答)