

2026年度 神戸大学 前期 物理

I

問1 衝突直前の質点 m の速度を v_0 とする。力学的エネルギー保存則より、

$$mgh = \frac{1}{2} m v_0^2 \quad \therefore v_0 = \sqrt{2gh}$$

x 方向の運動量保存則と、反発係数の定義より、

$$m v_0 = m v_1 + M V_1, \quad 0 = -\frac{v_1 - V_1}{v_0 - 0}$$

$$\text{以上より, } v_1 = \frac{m}{M+m} \sqrt{2gh}, \quad V_1 = \frac{m}{M+m} \sqrt{2gh}$$

問2 題意より、衝突後の質点 m, M の運動は単振動と近似でき、その周期は $T = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}}$ となる。

衝突から半周期後に原点に戻るので、求める時間は、

$$\frac{T}{2} = \pi \sqrt{\frac{R}{g}}$$

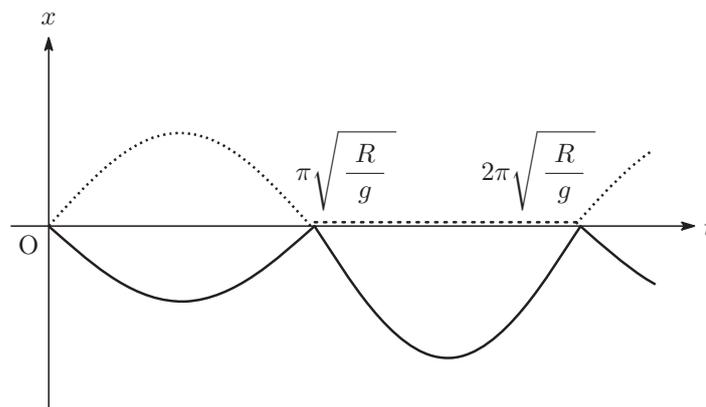
問3 問1と同様に、 x 方向の運動量保存則と、反発係数の定義より、

$$m v_0 = m v_1 + M V_1, \quad 1 = -\frac{v_1 - V_1}{v_0 - 0}$$

$$\text{以上より, } v_1 = -\frac{M-m}{M+m} \sqrt{2gh}, \quad V_1 = \frac{2m}{M+m} \sqrt{2gh}$$

問4 半周期後の時刻 $\pi \sqrt{\frac{R}{g}}$ において原点で再び衝突する。この衝突直後の質点 m, M の速度 v_2, V_2

は、問3と同様に計算をすると、それぞれ $v_2 = -v_0, V_2 = 0$ となる。以下、これを繰り返すので、位置 x の時間変化のグラフは下図のようになる。



問5 反発係数の定義より,

$$e = -\frac{v_1 - V_1}{v_0 - 0} \quad \therefore v_1 - V_1 = \underline{-e v_0}$$

2回目の衝突直後において,

$$e = -\frac{v_2 - V_2}{-v_1 - (-V_1)} \quad \therefore v_2 - V_2 = e(v_1 - V_1) = -e^2 v_0$$

以後, この衝突を繰り返すので, n 回目の衝突直後の速度をそれぞれ v_n, V_n とすると,

$$v_n - V_n = -e^n v_0$$

となる。よって, $n \rightarrow \infty$ において $v_\infty = V_\infty$ となる。

x 方向の運動量保存則より,

$$m v_0 = |m v_\infty + M V_\infty| \quad \therefore |v_\infty| = |V_\infty| = \frac{m}{m + M} v_0$$

II

問1 コンデンサー C_0 の抵抗 R 側の極板上の電気量を Q_0 とする。電気量保存則より、

$$Q_0 - Q_1 = 0$$

また、キルヒホッフの法則より、

$$\frac{Q_0}{C_0} + \frac{Q_1}{C_1} = E_1$$

これらより、

$$Q_0 = Q_1 = \frac{C_0 C_1}{C_0 + C_1} E_1$$

また、電池がした仕事は、

$$W_1 = Q_1 E_1 = \frac{C_0 C_1}{C_0 + C_1} E_1^2$$

問2 コンデンサー C_0 の抵抗 R 側の極板上の電気量を Q_0' とする。電気量保存則より、

$$Q_0' - Q_1' - Q_2' = 0$$

キルヒホッフの法則より、

$$\frac{Q_0'}{C_0} + \frac{Q_1'}{C_1} = E_1, \quad \frac{Q_0'}{C_0} + \frac{Q_2'}{C_2} = E_2$$

以上より、

$$Q_1' = \frac{C_1 (C_0 + C_2) E_1 - C_1 C_2 E_2}{C_0 + C_1 + C_2}, \quad Q_2' = \frac{-C_1 C_2 E_1 + C_2 (C_0 + C_1) E_2}{C_0 + C_1 + C_2}$$

$$Q_0' = \frac{C_0 (C_1 E_1 + C_2 E_2)}{C_0 + C_1 + C_2}$$

また、

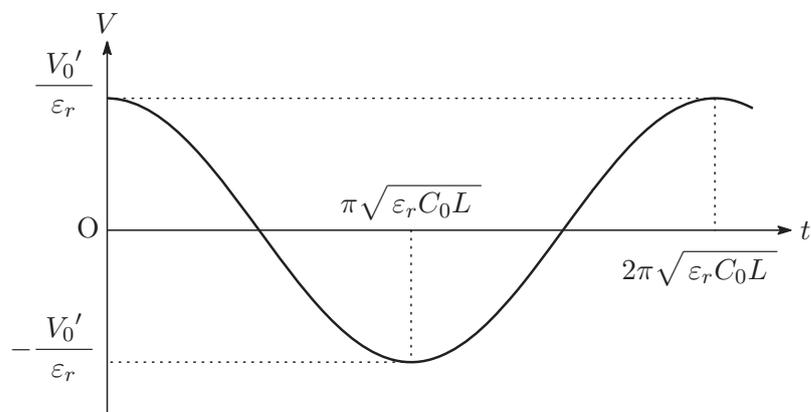
$$V_0' = \frac{Q_0'}{C_0} = \frac{C_1 E_1 + C_2 E_2}{C_0 + C_1 + C_2}$$

問3 コンデンサー C_0 の電気容量は $\epsilon_r C_0$ 、極板間の電圧は $\frac{V_0'}{\epsilon_r}$ となる。エネルギー保存則より、求

める仕事 W はコンデンサー C_0 の静電エネルギーの変化に等しいので、

$$W = \frac{1}{2} \epsilon_r C_0 \left(\frac{V_0'}{\epsilon_r} \right)^2 - \frac{1}{2} C_0 V_0'^2 = \underline{\underline{-\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\epsilon_r} \right) C_0 V_0'^2}}$$

問4 電気振動が起こり、 V の変化は周期 $T = 2\pi\sqrt{\varepsilon_r C_0 L}$ の単振動になる。 $t = 0$ のとき、 $V = \frac{V_0'}{\varepsilon_r}$ で電流は 0 だから、 V の時間変化は以下のようなになる。



III

問1 求める圧力を p_1 とする。状態方程式は、

$$p_1 S L = n R T_1 \quad \therefore p_1 = \frac{n R T_1}{S L}$$

また、気体は仕事をしないから、熱力学第1法則より求める熱量 Q_1 は、

$$Q_1 = \frac{3}{2} n R (T_1 - T_0)$$

問2 このときの容器2の長さを L_2 とする。変化前後の状態方程式はそれぞれ、

$$p_0 S L = n R T_0 \quad \dots\dots \textcircled{1}, \quad p_0 S L_2 = n R T_2 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

定圧変化だから、求める仕事は、

$$p_0 (S L_2 - S L) = \underline{n R (T_2 - T_0)}$$

問3 問2で加えられた熱量 Q_2 は、熱力学第1法則より、

$$Q_2 = \frac{3}{2} n R (T_2 - T_0) + n R (T_2 - T_0) = \frac{5}{2} n R (T_2 - T_0)$$

$Q_2 = Q_1$ だから、

$$\frac{3}{2} n R (T_1 - T_0) = \frac{5}{2} n R (T_2 - T_0) \quad \therefore T_2 = \underline{\frac{2T_0 + 3T_1}{5}}$$

これと ①, ② より、

$$L_2 = \frac{n R T_2}{p_0 S} = \frac{n R (2T_0 + 3T_1)}{5 p_0 S} = \frac{2T_0 + 3T_1}{5T_0} L \quad \text{よって、} \underline{\frac{2T_0 + 3T_1}{5T_0} \text{ 倍}}$$

問4 求める温度を T_3 , 容器2の長さを L_3 とする。状態方程式は、

$$p_0 S (L + L_3) = 2 n R T_3$$

熱力学第1法則より、

$$0 = \left\{ \frac{3}{2} \cdot 2 n R T_3 - \left(\frac{3}{2} n R T_1 + \frac{3}{2} n R T_0 \right) \right\} + p_0 (S L_3 - S L)$$

これらと ① より、

$$T_3 = \underline{\frac{7T_0 + 3T_1}{10}}, \quad L_3 = \frac{n R (2T_0 + 3T_1)}{5 p_0 S} = \frac{2T_0 + 3T_1}{5T_0} L \quad \therefore \underline{\frac{2T_0 + 3T_1}{5T_0} \text{ 倍}}$$