

2026年度 東京科学大学 前期 物理(理工学系)

1

(a) 〔導出過程〕

$$\text{エネルギー保存則 } \frac{m}{2}V_0^2 + \frac{k}{2}(h-\ell)^2 = \frac{k}{2}(2h-\ell)^2$$

$$\text{〔答〕 } V_0 = \sqrt{\frac{k}{m}(3h-2\ell)h}$$

(b) 〔導出過程〕

$$\text{ばねの長さ } L = \sqrt{x_P^2 + h^2} \text{ を用いて } F_x = -k(L-\ell)\frac{x_P}{L}.$$

$$\text{〔答〕 } F_x = -k(\sqrt{x_P^2 + h^2} - \ell)\frac{x_P}{\sqrt{x_P^2 + h^2}}$$

$$(c) \text{ 〔答〕 } (\text{ア}) : -k\left(1 - \frac{\ell}{h}\right) \quad (\text{イ}) : 2\pi\sqrt{\frac{mh}{k(h-\ell)}}$$

(d) 〔導出過程〕

P と Q が入れ替わると仮定する. P と Q の重心が $x=0$ に静止するので, 入れ替わるときは $x_P = x_Q = 0$ であり, そのとき P と Q の速さは等しい. それを v とおくと, エネルギー保存則より,

$$\frac{m}{2}v^2 + \frac{m}{2}v^2 + \frac{k}{2}(\ell-h)^2 = \frac{k}{2}(\sqrt{(2B)^2 + h^2} - \ell)^2.$$

実際に $v > 0$ となるための条件は $\sqrt{(2B)^2 + h^2} - \ell > \ell - h \quad \therefore B > \sqrt{\ell(\ell-h)}.$

$$\text{〔答〕 最小の } B_0 : \sqrt{\ell(\ell-h)}$$

(e) 〔導出過程〕

x_1 はばねの自然長の位置である.

V_1 はエネルギー保存則 $\frac{m}{2}V_1^2 = \frac{k}{2}(\sqrt{C^2 + h^2} - \ell)^2$ より求める.

$$\text{〔答〕 } x_1 = -\sqrt{\ell^2 - h^2} \quad V_1 = (\sqrt{C^2 + h^2} - \ell)\sqrt{\frac{k}{m}}$$

(f) 〔導出過程〕

P と Q が入れ替わると仮定し, そのときの P に対する Q の速度を v_r とすると, エネルギー保存則より

$$\frac{mm}{2(m+m)}v_r^2 + \frac{k}{2}(\ell-h)^2 = \frac{mm}{2(m+m)}V_1^2.$$

実際に入れ替わるための条件は $v_r^2 > 0$ より $V_1 > (\ell-h)\sqrt{\frac{2k}{m}}.$

〔または〕

$V_1 = v_2$ のとき, $x_P = x_Q$ で P と Q の速度は一致するとして, その共通速度を u とすると,

$$(\text{運動量保存則}) 2mu = mV_2, \quad (\text{エネルギー保存則}) \frac{2m}{2}u^2 + \frac{k}{2}(\ell-h)^2 = \frac{m}{2}v_2^2$$

u を消して v_2 を求めれば, それが最小の V_2 である.

$$\text{〔答〕 最小の } V_2 : (\ell-h)\sqrt{\frac{2k}{m}}$$

$$(g) \text{ 〔答〕 最小の } C_0 : \sqrt{\frac{3}{2}}\ell$$

2

(a) 〔答〕 $I = -\frac{\Delta Q}{\Delta t}$

(b) 〔答〕 $V_S : ② \quad I : ① \quad E_C : ⑥ \quad E_L : ⑤$

(c) 〔答〕 $\frac{\pi}{2}\sqrt{LC}$

(d) 〔導出過程〕

V_S は操作(2)直前に $-V$, 直後に $-aV$ となるから, その後の V_S の最大値は aV .

また, 操作(2)の後, はじめて $Q = 0$ になるのにかかる時間は $\frac{\pi}{2}\sqrt{L \cdot \frac{C}{a}}$.

〔答〕 V_S の最大値: aV 時刻: $\left(1 + \frac{1}{\sqrt{a}}\right) \frac{\pi}{2}\sqrt{LC}$

(e) 〔導出過程〕

$E_0 = \frac{1}{2}CV^2$ とおく. 操作(2)直後のエネルギーは $E_C = \frac{1}{2} \frac{C}{a}(aV)^2 = aE_0$, $E_L = 0$. 操作(3)直後のエネルギーは $E_C = 0$, $E_L = aE_0$. よって, その後の V_S の最大値を x_1 , I の最大値を I_1 とすると

$$aE_0 = \frac{1}{2} \frac{C}{b} x_1^2 = \frac{1}{2} LI_1^2.$$

〔答〕 V_S の最大値: $\sqrt{ab}V$ I の最大値: $\sqrt{\frac{aC}{L}}V$

(f) 〔導出過程〕

$|V_S|$ は 2 回目の操作(2)直前で x_1 , 直後で $\frac{a}{b}x_1$ ゆえ, 2 回目の操作(3)の後の $|V_S|$ の最大値 x_2 は

$$\frac{1}{2} \frac{C}{b} x_2^2 = \frac{1}{2} \frac{C}{a} \left(\frac{a}{b}x_1\right)^2 \therefore x_2 = \sqrt{\frac{a}{b}} x_1.$$

よって, N 回目の操作(3)の後の $|V_S|$ の最大値 x_N は

$$x_N = \sqrt{\frac{a}{b}} x_{N-1} = \left(\sqrt{\frac{a}{b}}\right)^{N-1} x_1 = \left(\sqrt{\frac{a}{b}}\right)^{N-1} \sqrt{ab}V.$$

条件は $x_1 > V$ より $ab > 1$. このもとで $a > b$ が成り立てば $x_N > x_1 > V$ を満たす.

〔答〕 V_S の最大値: $\sqrt{\frac{a^N}{b^{N-2}}}V$ 条件: $ab > 1$ かつ $a > b$

(g) 〔導出過程〕

$t = 0$ でのエネルギーは E_0 .

すべての操作を終わったときのエネルギーは $E_N = \frac{1}{2} \frac{C}{b} x_N^2 = \frac{a^N}{b^{N-1}} E_0$.

求めるべき変化量は $E_N - E_0$ で $a = 2$, $b = 1$ を代入する.

〔答〕 $\frac{1}{2}(2^N - 1)CV^2$

(h) 〔答〕 V_S の最大値: bV I の最大値: $\sqrt{\frac{bC}{L}}V$

(i) 〔答〕 0

3

(a) 〔導出過程〕

気体の状態方程式

$$(\text{状態 1}) p_0 V_1 = n R T_0, \quad (\text{状態 2}) p_0 V_2 = n_2 R T_0.$$

$n_\ell = n - n_2$ である.

$$[\text{答}] \quad n = \frac{p_0 V_1}{R T_0} \quad n_\ell = \frac{p_0 (V_1 - V_2)}{R T_0}$$

(b) 〔答〕 $W_{12} = p_0 (V_1 - V_2)$

(c) 〔導出過程〕

気体が液体に変化する際に吸収する熱量は $Q_{12} = -n_\ell L$.

状態方程式を用いて $W_{12} = p_0 V_1 - p_0 V_2 = n R T_0 - n_2 R T_0 = n_\ell R T_0$.

熱力学第 1 法則より $\Delta U_{12} = W_{12} + Q_{12}$ である.

$$[\text{答}] \quad \Delta U_{12} = -n_\ell (L - R T_0)$$

(d) 〔導出過程〕

状態 2 から状態 3 への内部エネルギー変化は $\Delta U_{23} = n C_V \Delta T - \Delta U_{12}$.

体積は一定ゆえ物質全体がする仕事 $W_{23} = 0$.

熱力学第 1 法則より $\Delta U_{23} = -W_{23} + Q_{23}$ である.

$$[\text{答}] \quad Q_{23} = n C_V \Delta T - \Delta U_{12}$$

(e) 〔答〕 (i) : 3 (ii) : 4 (iii) : 2 (iv) : 1

(f) 〔導出過程〕

$\gamma = \frac{C_V + R}{C_V} = 1 + \frac{R}{C_V}$ であり, $p V^\gamma = (\text{一定})$ のとき状態方程式より $T V^{\gamma-1} = T V^{R/C_V} = (\text{一定})$. これを用いて状態 3 と状態 4 を結ぶと

$$T_4 V_1^{R/C_V} = (T_0 + \Delta T) V_2^{R/C_V}.$$

$$[\text{答}] \quad T_4 = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\frac{R}{C_V}} (T_0 + \Delta T)$$

(g) 〔導出過程〕

状態 3 から 4 で内部エネルギー変化を ΔU_{34} , 気体がした仕事 W_{34} とすると, 熱力学第 1 法則より

$$\Delta U_{34} = -W_{34} \quad \therefore W_{34} = -\Delta U_{34} = n C_V (T_0 + \Delta T - T_4).$$

$W = W_{34} - W_{12}$ である.

$$[\text{答}] \quad W = n C_V (T_0 + \Delta T - T_4) - n_\ell R T_0$$

(h) 〔導出過程〕

1 サイクルで気体が吸収した熱量 Q_{23} を用いて $e = \frac{W}{Q_{23}}$.

$$W = n \cdot 3R \left(T_0 + \frac{2}{3} T_0 - \frac{10}{9} T_0 \right) - \frac{19}{27} n R T_0 = \frac{26}{27} n R T_0,$$

$$Q_{23} = n \cdot 3R \cdot \frac{2}{3} T_0 + \frac{19}{27} n (18 R T_0 - R T_0) = \frac{377}{27} n R T_0$$

$$[\text{答}] \quad e = \frac{2}{29}$$